

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

Саровский физико-технический институт -

филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения
высшего образования «Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
(СарФТИ НИЯУ МИФИ)

ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

Кафедра «Высшей математики»

УТВЕРЖДАЮ

Декан ФТФ, член корр. РАН, д.ф-м.н.

_____ **А.К. Чернышев**

« ____ » _____ **2023 г.**

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Теория вероятностей и математическая статистика

наименование дисциплины

Направление подготовки (специальность)	15.03.03 Прикладная механика
Наименование образовательной программы	Динамика и прочность машин, приборов и аппаратуры
Квалификация (степень) выпускника	бакалавр
Форма обучения	очная

Программа одобрена на заседании кафедры

Зав. кафедрой ВМ

к.ф.-м.н., доцент

протокол № _____ от _____ 2023г.

_____ **В.П. Чернявский**

« ____ » _____ 2023г.

г. Саров, 2023 г.

Программа переутверждена на 202____/202____учебный год с изменениями в соответствии с семестровыми учебными планами академических групп ФИТЭ, ФТФ на 202____/202____ учебный год.

Заведующий кафедрой ВМ, к.ф.-м.н, доцент

В.П. Чернявский

Программа переутверждена на 202____/202____учебный год с изменениями в соответствии с семестровыми учебными планами академических групп ФИТЭ, ФТФ на 20____/20____ учебный год.

Заведующий кафедрой ВМ, к.ф.-м.н, доцент

В.П. Чернявский

Программа переутверждена на 202____/202____учебный год с изменениями в соответствии с семестровыми учебными планами академических групп ФИТЭ, ФТФ на 202____/202____ учебный год.

Заведующий кафедрой ВМ, к.ф.-м.н, доцент

В.П. Чернявский

Программа переутверждена на 202____/202____учебный год с изменениями в соответствии с семестровыми учебными планами академических групп ФИТЭ, ФТФ на 202____/202____ учебный год.

Заведующий кафедрой ВМ, к.ф.-м.н, доцент

В.П. Чернявский

Семестр	В форме практической подготовки	Трудоемкость, кред.	Общий объем курса, час.	Лекции, час.	Практич. занятия, час.	Лаборат. работы, час.	СРС, час.	КР/ КП	Форма(ы) контроля, экз./зач./ЗсО/	Интерактивные часы
4	32	3	108	16	32	-	60	-	Зач	10
ИТОГО	32	3	108	16	32	-	60	-	-	10

АННОТАЦИЯ

Дисциплина «Теория вероятностей и математическая статистика» посвящена изучению основных понятий и методов теории вероятностей и математической статистики.

Теория вероятностей является одной из важнейших и необходимых составных частей математики. В то же время сама история появления и развития этой своеобразной дисциплины ставит её на совершенно особое место в ряду математических наук. Зародившись, как наука, пытающаяся создать теорию азартных игр, к середине XX века она стала важнейшей прикладной дисциплиной. Методы теории вероятностей широко применяются в различных отраслях естествознания и техники: в теории надёжности, теории массового обслуживания, в теоретической физике, геодезии, астрономии, теории стрельбы, теории ошибок наблюдения, теории автоматического управления, общей теории связи и во многих других теоретических и прикладных науках. Теория вероятностей служит также для обоснования математической и прикладной статистики, которые, в свою очередь, используются при планировании и организации производства, при анализе технологических процессов, предупредительном и приёмочном контроле качества продукции и для многих других целей.

1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Цель изучения дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» – формирование у студентов современных теоретических знаний о вероятностных и статистических закономерностях, практических навыков в решении и исследовании прикладных задач теоретико-вероятностного и статистического характера, выработка у студентов теоретико-вероятностной интуиции, необходимой при решении разнообразных задач, возникающих в профессиональной деятельности.

Изучение дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» способствует развитию у студентов склонности и способности к творческому мышлению, выработке системного подхода к исследуемым явлениям.

Основные задачи дисциплины:

- 1) приобретение студентами необходимых знаний основ теории вероятностей и математической статистики;
- 2) овладение навыками исследования случайных величин, вычисления их основных характеристик, статистического анализа выборок;

3) приобретение знаний и навыков моделирования случайных событий, обработки статистических данных, точечного и интервального оценивания параметров распределений, проверки статистических гипотез;

4) формирование умения интерпретировать результаты вероятностных и статистических исследований и применять их при решении практических задач;

5) применение полученных знаний, навыков и умений в последующей профессиональной деятельности.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ООП ВО

Дисциплина «Теория вероятностей и математическая статистика» относится к обязательной части Блока 1 рабочего учебного плана по направлению 15.03.03 «Прикладная механика».

Для успешного освоения дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» необходимы компетенции, формируемые в результате освоения следующих дисциплин:

- математика в рамках общеобразовательной школы.
- математический анализ (множества и операции над ними, дифференциальное и интегральное исчисления, теория рядов).
- линейная алгебра.

Изучение рассматриваемой дисциплины необходимо для успешного освоения следующих дисциплин:

- материаловедение;
- планирование и управление научными исследованиями и разработками;
- при выполнении курсовых и дипломных работ.

3. ФОРМИРУЕМЫЕ КОМПЕТЕНЦИИ И ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ

В результате освоения дисциплины у студента развиваются следующие компетенции:

Код и наименование общепрофессиональной компетенции	Код и наименование индикатора достижения общепрофессиональной компетенции
ОПК-1 Способен применять естественнонаучные и общинженерные знания, методы математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности.	З-ОПК-1 Знать физические основы механики, физику колебаний и волн, молекулярную физику и термодинамику, электричество и магнетизм, оптику, атомную и ядерную физику, методы математического анализа У-ОПК-1 Уметь на практике применять знание физических законов к решению учебных, научных и научно-технических задач; находить аналогии между различными явлениями природы и техническими процессами В-ОПК-1 Владеть методами проведения физического эксперимента математической обработки полученных результатов, их анализировать и обобщать их; составлять отчет о своей работе с анализом результатов

4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

4.1. Структура учебной дисциплины

№ п/п	Наименование раздела /темы дисциплины	№ недели	Виды учебной работы					
			Лекции	Практ. занятия/ семинары	Лаб. работы	СРС	Текущий контроль (форма)*	Максимальны й балл (см. п. 6.3)
			16	32		60		
Семестр 4								
1.	Основные понятия теории вероятностей. Аксиоматика теории вероятностей и её основные теоремы							
1.1.	Аксиоматика теории вероятностей	1	2	2	0	2	УО	1
1.2.	Различные определения вероятности случайного события	2	2	2	0	4	УО	1
1.3.	Основные теоремы теории вероятностей	3	2	2	0	4	УО	1
1.4.	Повторные независимые испытания	4	2	2	0	6	УО	1
Рубежный контроль		5	КР №1 (2 ауд. часа)					10
2.	Случайные величины и векторы. Предельные теоремы теории вероятностей							

№ п/п	Наименование раздела /темы дисциплины	№ недели	Виды учебной работы					
			Лекции	Практ. занятия/ семинары	Лаб. работы	СРС	Текущий контроль (форма)*	Максимальны й балл (см. п. 6.3)
			16	32		60		
2.1.	Дискретные случайные величины и их характеристики. Основные виды распределений дискретной случайной величины	6-7	2	4	0	4	УО	1
2.2.	Непрерывные случайные величины и их законы распределения. Числовые характеристики непрерывных случайных величин	8-9	2	2	0	4	УО	1
2.3.	Некоторые важные для практики распределения непрерывных случайных величин	10	2	2	0	4	УО	1
2.4.	Функции от одной случайной величины. Многомерные случайные величины	11	2	2	0	4	УО	1

№ п/п	Наименование раздела /темы дисциплины	№ недели	Виды учебной работы						
			Лекции	Практ. занятия/ семинары	Лаб. работы	СРС	Текущий контроль (форма)*	Максимальны й балл (см. п. 6.3)	
			16	32		60			
2.5.	Закон больших чисел и предельные теоремы.	12	0	2	0	4	УО	1	
Рубежный контроль		12	Домашняя КР №2						10
3.	Основы математической статистики								
3.1.	Основные понятия математической статистики	13	0	2	0	4	УО	1	
3.2.	Точечное оценивание параметров распределений	14	0	2	0	6	УО	1	
3.3.	Интервальное оценивание параметров распределений	15	0	2	0	6	РГР №1	5	
3.4.	Проверка статистических гипотез	16	0	2	0	6	УО	1	
Рубежный контроль		16	РГР №2						8
Промежуточная аттестация			Зачёт				0	50	
Посещаемость									5
Итого:			16	32	0	60		100	

*УО – устный опрос; РГР - расчетно-графическая работа; КР-контрольная работа.

4.2. Содержание дисциплины, структурированное по разделам (темам)

Лекционный курс

№	Наименование раздела /темы дисциплины	Содержание
1.	Раздел 1 «Основные понятия теории вероятностей. Аксиоматика теории вероятностей и её основные теоремы»	
1.1.	Аксиоматика теории вероятностей	Предмет теории вероятностей. Виды случайных событий. Алгебра случайных событий. Теоретико-множественная интерпретация операций над событиями. Полная группа событий. Аксиоматическое определение вероятности. Основные свойства вероятности.
1.2.	Различные определения вероятности случайного события	Элементы комбинаторики. Классическое и статистическое определение вероятности. Геометрическое определение вероятности.
1.3.	Основные теоремы теории вероятностей	Правило сложения вероятностей несовместных событий. Противоположные события. Условные вероятности. Независимые события. Теорема умножения вероятностей. Вероятность появления хотя бы одного события. Формула сложения вероятностей для совместных событий. Формула полной вероятности и формула Байеса.
1.4.	Повторные независимые испытания	Схема испытаний Бернулли. Формула Бернулли. Наиболее вероятное число успехов. Классические предельные теоремы теории вероятностей: теоремы Муавра-Лапласа, теорема Пуассона. Отклонение относительной частоты от постоянной вероятности в независимых испытаниях.
2.	Раздел 2 «Случайные величины и векторы. Предельные теоремы теории вероятностей»	
2.1.	Дискретные случайные величины и их характеристики. Основные виды распределений дискретной случайной величины	Понятие случайной величины. Дискретные и непрерывные случайные величины. Закон, ряд, многоугольник и функция распределения дискретной случайной величины. Операции над дискретными случайными величинами. Числовые характеристики дискретных случайных величин: математическое ожидание, дисперсия, среднее квадратическое отклонение, мода. Свойства математического ожидания и дисперсии. Биномиальное, геометрическое и пуассоновское распределение и их числовые характеристики.
2.2.	Непрерывные случайные	Функция распределения и плотность распределения непрерывной

	величины и их законы распределения. Числовые характеристики непрерывных случайных величин	случайной величины, их взаимосвязь и свойства. Вероятность попадания непрерывной случайной величины в заданный интервал. Числовые характеристики непрерывных случайных величин: математическое ожидание, дисперсия, среднее квадратическое отклонение, начальные и центральные моменты, мода, медиана, квантиль, коэффициенты асимметрии и эксцесса.
2.3.	Некоторые важные для практики распределения непрерывных случайных величин	Основные виды распределения непрерывных случайных величин (показательное, равномерное, нормальное) и их числовые характеристики. Нормальная кривая. Функция Лапласа. Вычисление вероятности попадания в заданный интервал нормальной случайной величины. Правило трех сигм.
2.4.	Функции от одной случайной величины. Многомерные случайные величины	Функции от случайных величин. Функция распределения $Y = \varphi(X)$. Двумерные (дискретные) случайные величины. Двумерная функция распределения вероятности и ее свойства. Числовые характеристики многомерных СВ. Ковариация, коэффициент корреляции и его свойства.

Практические/семинарские занятия

№	Наименование раздела /темы дисциплины	Содержание
1.	Раздел 1 «Основные понятия теории вероятностей. Аксиоматика теории вероятностей и её основные теоремы»	
1.1.	Алгебра событий. Формулы комбинаторики Аксиоматика теории вероятностей. Классическая вероятность.	[3]: №№ 1- 13
1.2.	Различные определения вероятности случайного события	[3]: №№ 27-34
1.3.	Формулы сложения и умножения вероятностей	[3]: №№ 44 – 51, 54
1.4.	Формула полной вероятности и формула Байеса.	[3]: №№ 63-65, 67, 68-72.
1.5.	Повторные независимые испытания	[3]: 83-85, 89, 101-103.
1.6.	Контрольная работа №1 по теме «Алгебра случайных событий. Основные теоремы теории вероятностей»	Раздаточный материал (см. ФОС)
2.	Раздел 2 «Случайные величины и векторы. Предельные теоремы теории вероятностей»	
2.1.	Дискретные случайные величины и их числовые характеристики.	[3]: №№ 118 - 125

2.2.	Основные виды распределений дискретной случайной величины	[3]: №№ 154, 156, 157, 158, 165
2.3.	Непрерывные случайные величины и их числовые характеристики.	[3]: №№ 137 – 143.
2.4.	Некоторые важные для практики распределения непрерывных случайных величин	[3]: № 159, 161, 162, 168; тест со стр. 96
2.5.	Функции от одной случайной величины. Системы двух случайных величин	[3]: №№ 172 - 174, 177
2.6.	Предельные теоремы теории вероятностей	[3]: №№ 201- 207
3.	Раздел 3 «Основы теории вероятностей»	
3.1.	Выборки и их представления	Выборки и их представления. Основные характеристики выборки Раздаточный материал (см. ФОС)
3.2.	Точечное оценивание параметров распределений	Лекция от студента на тему «Элементы теории оценок. Точечные оценки».
3.3.	Интервальное оценивание параметров распределений	Лекция от студента на тему «Элементы теории оценок. Интервальные оценки».
3.4.	Критерий хи-квадрат проверки гипотез	РГР №2 «Проверка гипотезы о законе распределения генеральной совокупности по критерию Пирсона» (см. ФОС)

4.3. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы студентов

1. Прокофьева Н.В. Теория вероятностей: Учебно-практическое пособие. – Саров: СарФТИ НИЯУ МИФИ, 2010.

2. Лекции-презентации по теории вероятностей от Прокофьевой Н.В. (сайт СарФТИ)

3. Ханин В.П. Учебно-методическое пособие для практических занятий по математической статистике. – Саров: СарФТИ, 2005.

4. Ханин В.П. Лабораторный практикум по математической статистике: Учеб. пособие. – Саров: СарФТИ, 2005.

5. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ИТОГАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Фонд оценочных средств по дисциплине обеспечивает проверку освоения планируемых результатов обучения (компетенций и их индикаторов) посредством мероприятий текущего, рубежного и промежуточного контроля по дисциплине.

5.1. Паспорт фонда оценочных средств по дисциплине

Связь между формируемыми компетенциями и формами контроля их освоения представлена в следующей таблице:

Раздел	Темы занятий	Компетенция	Индикаторы освоения	Текущий контроль, неделя
Семестр 4				
Раздел 1	Аксиоматика теории вероятностей	ОПК-1	З-ОПК-1, У-ОПК-1, В-ОПК-1	УО - 1
	Различные определения вероятности случайного события		З-ОПК-1, У-ОПК-1, В-ОПК-1	УО - 2
	Основные теоремы теории вероятностей		З-ОПК-1, У-ОПК-1, В-ОПК-1	УО - 3
	Формула полной вероятности и формула Байеса		З-ОПК-1, У-ОПК-1, В-ОПК-1	УО - 4
	Повторные независимые испытания		З-ОПК-1, У-ОПК-1, В-ОПК-1	УО - 5
Рубежный контроль		ОПК-1	З-ОПК-1, У-ОПК-1, В-ОПК-1	КР №1 - 6
Раздел 2	Дискретные случайные величины и их характеристики	ОПК-1	З-ОПК-1, У-ОПК-1, В-ОПК-1	УО - 7
	Законы распределений дискретной случайной величины		З-ОПК-1, У-ОПК-1, В-ОПК-1	УО - 8
	Непрерывные случайные величины и их числовые характеристики		З-ОПК-1, У-ОПК-1, В-ОПК-1	УО - 9

	Законы распределения непрерывных случайных величин		З-ОПК-1, У-ОПК-1, В-ОПК-1	УО - 10
	Функции от одной случайной величины. Системы двух случайных величин		З-ОПК-1, У-ОПК-1, В-ОПК-1	УО - 11
	Предельные теоремы теории вероятностей		З-ОПК-1, У-ОПК-1, В-ОПК-1	УО - 12
Рубежный контроль		ОПК-1	З-ОПК-1, У-ОПК-1, В-ОПК-1	КР №2 – 12
Раздел 3	Выборки и их представления	ОПК-1	З-ОПК-1, У-ОПК-1, В-ОПК-1	Тест - 13
	Точечное оценивание параметров распределений		З-ОПК-1, У-ОПК-1, В-ОПК-1	УО - 14
	Интервальное оценивание параметров распределений		З-ОПК-1, У-ОПК-1, В-ОПК-1	РГР №1 - 15
	Критерий хи-квадрат проверки гипотез		З-ОПК-1, У-ОПК-1, В-ОПК-1	УО - 16
Рубежный контроль		ОПК-1	З-ОПК-1, У-ОПК-1, В-ОПК-1	РГР №2 -16
Промежуточная аттестация		ОПК-1	З-ОПК-1, У-ОПК-1, В-ОПК-1	Зачет

5.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующие этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

Оценка успеваемости студентов осуществляется по результатам:

- самостоятельного выполнения домашних заданий;
- активной работы на лекциях и практических занятиях;
- решения задач на практических занятиях;
- выполнения контрольных работ;

- выполнения РГР по математической статистике;
- сдачи зачета.

Формы контроля.

Текущий контроль в основном проводится в форме:

- 1) проверки домашних и тестовых заданий;
- 2) опроса студентов на каждом практическом занятии;
- 3) защиты РГР №1 по теме «Выравнивание статистических рядов».

Рубежный контроль предполагает проверку:

- 1) аудиторной контрольной работы №1 по теме «Алгебра событий. Основные теоремы теории вероятностей»;
- 2) домашней контрольной работы №2 по теме «Случайные величины и их числовые характеристики»;
- 3) РГР №2 по теме «Проверка гипотезы о законе распределения генеральной совокупности по критерию Пирсона».

Итоговый контроль проводится на зачёте в форме защиты четырёх задач из зачётной карточки.

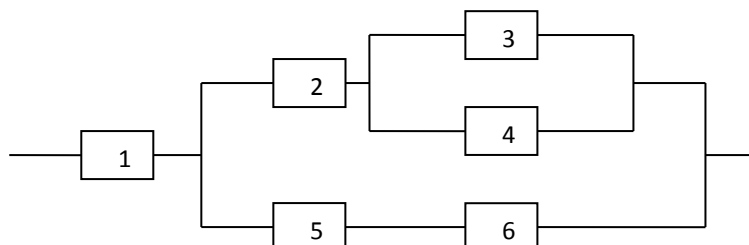
5.2.1. Контрольно-оценочные материалы для проведения рубежного контроля

Примерный вариант контрольной работы №1 по теме «Вероятности событий. Основные теоремы теории вероятностей»

- 1) Батарея, состоящая из 10 орудий, ведёт огонь по 15 кораблям неприятеля. Найти вероятность того, что все орудия стреляют: а) по одной цели; б) по разным целям (выбор цели случаен и не зависит от других). **(маx – 2 балла)**
- 2) В ящике находятся 20 лампочек, среди которых 3 перегоревшие. Найти вероятность того, что 10 лампочек, взятых наудачу из ящика, будут гореть. **(маx – 1 балла)**
- 3) На АТС могут поступать вызовы трёх типов. Вероятности поступления вызовов 1-го, 2-го и 3-го типа соответственно равны 0,2; 0,3; 0,5. Поступило 3 вызова. Какова вероятность того, что а) все они разных типов; б) среди них нет вызова 2-го типа?
(маx – 2 балла)
- 4) На ёлочный базар поступают ёлки из 3-ёх лесхозов, причём 1-й лесхоз поставил 50% ёлок, 2-й - 30%, 3-й – 20%. Среди ёлок 1-го лесхоза 10% голубых, 2-го – 20%, 3-го – 30%. Куплена одна ёлка. Она оказалась голубой. Какова вероятность, что она поставлена 2-ым лесхозом? **(маx – 2 балла)**

5) Вероятность того, что изделие не выдержит испытания, равна 0,004. Какова вероятность того, что из 750 проверяемых изделий более трёх изделий не выдержат испытания? (маx – 1 балл)

6) Найти вероятность отказа схемы (см. рис.), предполагая, что отказы отдельных элементов независимы. Вероятность отказа каждого элемента равна q . (маx – 2 балла)



Примерный вариант контрольной работы №2 по теме «Случайные величины и их характеристики»

- 1) Имеются три базы с независимым снабжением. Вероятность отсутствия на базе нужного товара 0,1. Предприниматель решил закупить некий товар. Составить закон распределения числа баз, на которых в данный момент этот товар отсутствует. Построить график функции распределения. (маx – 2 балла)
- 2) Независимые случайные величины X и Y заданы своими законами распределения. Составить законы распределения случайных величин $Z=X+Y$ и $V=XY$. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины $W=7X - 6Y$ (маx- 3 балла)

x_i	-3	-2	0
p_i	0,3	0,3	p_3

y_k	2	3
p_k	0,48	0,52

- 3) Дана функция распределения случайной величины X :

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 1, \\ \frac{1}{6}(x^3 - x) & \text{при } 1 < x < 2, \\ 1 & \text{при } x \geq 2. \end{cases}$$

Найти плотность распределения $f(x)$, математическое ожидание $M(X)$, дисперсию $D(X)$, вероятность попадания случайной величины X в интервал $(1; 1,5)$. (маx – 3 балла)

- 4) Время безотказной работы радиоаппаратуры распределено по показательному закону. Математическое ожидание числа отказов радиоаппаратуры за 10000 часов работы равно 10. Определить вероятность отказа радиоаппаратуры за 2000 часов работы. (маx – 2 балла)

Примерный вариант РГР №1

«Выравнивание статистических рядов»

Дана выборка из генеральной совокупности случайной величины X (100 значений).

Требуется:

- 1) построить интервальный статистический ряд, гистограмму относительных частот;
- 2) найти точечные и интервальные оценки для математического ожидания и среднего квадратического отклонения;
- 3) провести выравнивание статистического ряда.

Критерии оценки РГР №1	
Содержание критерия	Начисляемые баллы
РГР выполнена в полном объёме, с соблюдением необходимых требований оформления. Все вычисления отражены и обоснованы. РГР не содержит противоречивых выводов. РГР выполнена в срок.	5
Сделаны все задания РГР. Однако, есть 1-3 замечания по оформлению и аргументации этапов РГР.	4
Сделано правильно 70%-80% от всей РГР. По оформлению замечаний нет.	3
Сделано 60%-70% от всей РГР.	1
Сделано менее 60% от всей РГР.	0

Примерный вариант РГР №2

«Проверка гипотезы о законе распределения генеральной совокупности по критерию Пирсона»

Получены результаты (сгруппированные по интервалам) статистического обследования длительности 100 ремонтных операций, проводимых мастерскими:

$[x_i; x_{i+1})$	$[0;3)$	$[3;6)$	$[6;9)$	$[9;12)$	$[12;15)$	$[15;18)$	$[18;21)$	$[21;24)$
n_i	43	21	14	12	3	4	2	1

Требуется:

- 1) построить гистограмму относительных частот;
- 2) найти числовые характеристики: $\bar{x}_B, S, \tilde{A}, \tilde{E}$;
- 3) по виду гистограммы и значениям числовых характеристик выдвинуть гипотезу о законе распределения случайной величины X – длительности ремонтных операций, оценить параметры теоретического закона и записать его вид;
- 4) проверить выдвинутую гипотезу о законе распределения случайной величины X по критерию Пирсона (уровень значимости выбрать самостоятельно);
- 5) проверить две альтернативные гипотезы о законе распределения случайной величины X по критерию Пирсона.

Критерии оценки РГР №2	
Содержание критерия	Начисляемые баллы
РГР выполнена в полном объёме, с соблюдением необходимых требований оформления. Все вычисления отражены и обоснованы. РГР не содержит противоречивых выводов. РГР выполнена в срок.	8
Сделаны все задания РГР. Однако, есть 1-3 замечания по оформлению и аргументации этапов РГР.	6-7
Сделаны все задания РГР. Однако, первоначально неправильно выдвинута гипотеза о законе распределения случайной величины.	5
Сделано 70%-80% от всей РГР.	5-6
Сделано 60%-70% от всей РГР.	4
Сделано менее 60% от всей РГР.	0

5.2.2. Контрольно-оценочные материалы для проведения зачёта

а) примерные вопросы к зачету:

1. Что изучает теория вероятностей?
2. Что называется элементарным событием (элементарным исходом)?
3. Что такое пространство элементарных событий?
4. Какое событие называется достоверным?
5. Какое событие называется невозможным?
6. Что называется суммой двух событий?
7. Что называется произведением двух событий?
8. Может ли сумма двух событий совпадать с их произведением?
9. Какие события называются несовместными?
10. Какие события называются совместными?
11. Какое событие называется противоположным для данного события?
12. Какими способами можно задать вероятность события?
13. Какие значения может принимать вероятность события?
14. Чему равна вероятность невозможного события?
15. Чему равна вероятность достоверного события?
16. Какое событие называется практически достоверным?
17. Какое событие называется практически невозможным?
18. Какие события образуют полную группу?
19. Какие события называются равновероятными?
20. В каком случае вероятность события вычисляется по формуле классической вероятности?
21. Как найти вероятность суммы двух несовместных событий?
22. Как найти вероятность суммы двух совместных событий?
23. Чему равна сумма вероятностей противоположных событий?
24. Как определяется условная вероятность события?
25. Какие события называются независимыми?
26. Как найти вероятность произведения двух событий?
27. Чему равна вероятность произведения двух независимых событий?
28. Чему равна сумма вероятностей гипотез в формуле полной вероятности?
29. Как пересчитать вероятности гипотез после опыта с учётом наблюдаемого результата?
30. В каком случае опыты называются независимыми?
31. Какая вероятность вычисляется по формуле Бернулли?

32. Как найти наиболее вероятное число появлений события в данной серии опытов?
33. Что такое случайная величина?
34. Какие случайные величины являются дискретными, непрерывными?
35. Что такое закон распределения случайной величины?
36. Что такое ряд распределения случайной величины?
37. Что такое (интегральная) функция распределения случайной величины?
38. Какими свойствами обладает (интегральная) функция распределения случайной величины?
39. Что такое плотность распределения случайной величины?
40. Какими свойствами обладает плотность распределения случайной величины?
41. Что называется кривой распределения случайной величины?
42. Какими способами может быть задан закон распределения для дискретной случайной величины?
43. Как связаны функция распределения и плотность распределения непрерывной случайной величины?
44. Что такое математическое ожидание случайной величины?
45. Какой вероятностный смысл имеет математическое ожидание случайной величины?
46. Как определяется математическое ожидание дискретной случайной величины?
47. Как определяется математическое ожидание непрерывной случайной величины?
48. Что такое мода случайной величины?
49. Как определяется мода дискретной случайной величины?
50. Как определяется мода непрерывной случайной величины?
51. Что такое медиана непрерывной случайной величины?
52. Что такое дисперсия случайной величины?
53. Какой вероятностный смысл имеет дисперсия?
54. Что такое среднее квадратическое отклонение?
55. Как определяется дисперсия дискретной и непрерывной случайной величины?
56. Что такое начальные и центральные моменты?
57. Как центральные моменты выражаются через начальные моменты?
58. Что является начальным моментом первого порядка?
59. Что является центральным моментом второго порядка?
60. Какие числовые характеристики являются характеристиками расположения?
61. Какие числовые характеристики являются характеристиками рассеивания?
62. Что такое нормальный закон распределения?
63. Какие параметры имеет нормальный закон распределения?

64. Как определяется функция распределения стандартизованного нормального закона распределения?
65. Как связаны функция стандартизованного нормального закона распределения и функция Лапласа?
66. В чем состоит правило трёх сигм для нормального закона распределения?
67. Какие теоремы называются законом больших чисел?
68. Какие теоремы называются центральной предельной теоремой?
69. Что такое выборка, объем выборки?
70. Что такое генеральная совокупность?
71. Какие наблюдения называются непрерывными?
72. Какие наблюдения называются дискретными?
73. Что такое вариационный ряд?
74. Что такое статистический ряд для: непрерывных наблюдений; дискретных наблюдений?
75. Как определяется объем выборки по сгруппированному ряду?
76. Как определяется число классов для интервального ряда?
77. Как представляется графически интервальный ряд?
78. Как представляется графически сгруппированный ряд?
79. Как определяется эмпирическая функция распределения?
80. В каком интервале может принимать значения эмпирическая функция распределения?
81. Чему равна площадь гистограммы, построенной в координатах (x, m) , где m – частота.
82. Чему равна площадь гистограммы, построенная в координатах $(x, m/n)$, где m/n – частость?
83. Как определяется среднее арифметическое выборки?
84. Как определяется среднее арифметическое сгруппированного ряда, интервального ряда?
85. Как определяется выборочная дисперсия: для выборки, для сгруппированного ряда, для интервального ряда?
86. Как определяется выборочное среднее квадратическое отклонение?
87. С помощью каких числовых характеристик можно установить симметричность распределения?
88. Как определяется мода, медиана, квантили?
89. Какие типы оценок используются в математической статистике?
90. Что является точечной оценкой для математического ожидания?
91. Что является точечной оценкой для дисперсии?
92. Что такое доверительный интервал?
93. Что такое уровень значимости?

94. Что такое доверительная вероятность?
95. Как доверительная вероятность связана с уровнем значимости?
96. Как задается уровень значимости?
97. Какие условия влияют на выбор формулы для определения доверительной оценки для математического ожидания?
98. Какой вид имеют формулы для интервального оценивания математического ожидания нормального распределения?

б) образец зачётной карточки:

Вариант 0

1. В партии из 10 деталей имеется 8 стандартных. Наудачу отобраны 2 детали. Составить закон распределения числа стандартных деталей среди отобранных (такой закон называют гипергеометрическим). Определить функцию распределения, математическое ожидание и дисперсию данной дискретной случайной величины. **(max - 10 баллов)**

2. Случайная величина X задана следующей функцией распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq -\alpha/2 \\ c(4x^2 + 4\alpha x + \alpha^2), & -\alpha/2 < x \leq \alpha/2, \\ 1, & x > \alpha/2. \end{cases}$$

Требуется найти: для $\alpha = 1$

- постоянный параметр c ;
- плотность распределения вероятностей случайной величины X ;
- математическое ожидание и дисперсию случайной величины X ;
- вероятность попадания случайной величины X в интервал $[-\alpha/4, \alpha/4]$. **(max – 12 баллов)**

3. Изучается с. в. X — число выпавших очков при бросании игральной кости. Кость подбросили 60 раз. Получены следующие результаты:

3, 2, 5, 6, 6, 1, 4, 6, 4, 6, 3, 6, 4, 2, 1, 5, 3, 1, 6, 4, 5, 4, 2, 2, 4, 2, 6, 3, 1, 5,
6, 1, 6, 6, 4, 2, 5, 4, 3, 6, 4, 1, 5, 6, 3, 2, 4, 4, 5, 2, 5, 6, 2, 3, 5, 4, 1, 2, 5, 3.

- 1) Что в данном опыте-наблюдении представляет генеральную совокупность? 2) Перечислите элементы этой совокупности. 3) Что представляет собой выборка? 4) Приведите 1-2 реализации выборки. 5) Оформите ее в виде: а) вариационного ряда; б) статистического ряда. 6) Найдите эмпирическую функцию распределения выборки. 7) Постройте интервальный статистический ряд. 8) Постройте полигон частот и гистограмму частостей. 9) Найдите: а) выборочную среднюю; б) выборочную дисперсию; в) исправленную выборочную дисперсию и исправленное среднее квадратическое отклонение; г) размах вариации, моду и медиану. **(max – 20 балла)**

4. Изучается случайная величина $X \sim N(a, 20)$. Над ней произведено 5 независимых наблюдений. Результаты наблюдений таковы: $x_1 = -25$, $x_2 = 34$, $x_3 = -20$, $x_4 = 10$, $x_5 = 21$. Найти точечную оценку для $a = M[X]$, а также построить для него 95%-й доверительный интервал. **(max – 6 баллов)**

Система оценивания зачёта			
№ задания	Критерии оценки	Результативность	Начисляемые баллы
Задача №1	Полнота и аргументированность решения	Менее 50%	0-4
		50%-60%	5-6
		60%-70%	7
		70%-80%	8
		80%-90%	9
		90%-100%	10
Задача №2	Полнота и аргументированность решения	Менее 50%	0-5
		50%-60%	6
		60%-70%	7
		70%-80%	8
		80%-90%	10
		90%-100%	12
Задача №3	Полнота и аргументированность решения	Менее 30%	0 - 5
		30%-40%	6
		40%-50%	8
		50%-60%	10
		60%-70%	14
		70%-80%	16
		80%-90%	18
		90%-100%	20
Задача №4	Полнота и аргументированность решения	Менее 50%	0-2
		50%-70%	2-3
		70%-90%	4-5
		90%-100%	6
Своевременность сдачи зачёта			2
Итого:			50 (max)

5.3. Шкалы оценки образовательных достижений

Рейтинговая оценка знаний является интегральным показателем качества теоретических и практических знаний и навыков студентов по дисциплине и складывается из оценок, полученных в ходе текущего контроля и промежуточной аттестации.

Результаты текущего контроля и промежуточной аттестации подводятся по шкале балльно-рейтинговой системы.

Шкала каждого контрольного мероприятия лежит в пределах от 0 до установленного максимального балла включительно. Итоговая аттестация по дисциплине оценивается по 100-балльной шкале и представляет собой сумму баллов, заработанных студентом при выполнении заданий в рамках текущего и промежуточного контроля.

Итоговая оценка выставляется в соответствии со следующей шкалой:

Сумма баллов	Оценка по 4-ех балльной шкале	Оценка ECTS	Требования к уровню освоению учебной дисциплины
90-100	5 – «отлично»	A	Оценка «отлично» выставляется студенту, если он глубоко и прочно усвоил программный материал, исчерпывающе, последовательно, четко и логически стройно его излагает, умеет тесно увязывать теорию с практикой, использует в ответе материал монографической литературы.
85-89	4 – «хорошо»	B	Оценка «хорошо» выставляется студенту, если он твёрдо знает материал, грамотно и по существу излагает его, не допуская существенных неточностей в ответе на вопрос.
75-84		C	
70-74		D	
65-69		E	Оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если он имеет знания только основного материала, но не усвоил его деталей, допускает неточности, недостаточно правильные формулировки, нарушения логической последовательности в изложении программного материала.
60-64	3 – «удовлетворительно»		
Ниже 60	2 – «неудовлетворительно»	F	Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, который не знает значительной части программного материала, допускает существенные ошибки. Как правило, оценка «неудовлетворительно» ставится студентам, которые не могут продолжить обучение без дополнительных занятий по соответствующей дисциплине.

6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

6.1. Основная литература

1. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика. - М.: Юрайт, 2015.
2. Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике. - М.: Юрайт, 2015.
3. Прокофьева Н.В. Теория вероятностей: учебно-практическое пособие. – Саров: СарФТИ НИЯУ МИФИ, 2010.
4. Сборник задач по теории вероятностей, математической статистике и теории случайных функций. Под ред. А.А. Свешникова. 4-е изд., стер. - СПб.: Изд-во «Лань», 2013.

6.2. Дополнительная литература

5. Вентцель Е.С. Теория вероятностей и её инженерные приложения: Учеб. пособие для студ. вузов/ Е.С. Вентцель, Л.А. Овчаров. – 3-е изд., перераб. и доп. - М.: Издательский центр «Академия», 2003.
6. Письменный Д.Т. Конспект лекций по теории вероятностей, математической статистике и случайным процессам. М: Айрис-Пресс, серия Высшее образование, 2008.

6.3. Интернет-ресурсы

7. Электронная библиотека по теории вероятностей - <http://zyurvas.narod.ru/bibtver.html>
8. <http://ru.wikipedia.org/wiki>
9. <http://www.exponenta.ru> Раздел Statistica.

7. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Лекционные занятия проводятся очно (дистанционно при необходимости) в специально оснащённых аудиториях (с компьютером, экраном, проектором, интерактивной доской и подключенным интернетом) Практические занятия проводятся в специально оснащённых аудиториях (с компьютером, экраном, проектором, интерактивной доской и подключенным интернетом).

8. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

Лекционные занятия проводятся с использованием презентаций, включены элементы беседы и постановка проблемных вопросов. Во время чтения лекции возможен свободный выход в Интернет с целью использования актуального материала на открытых образовательных ресурсах. Практическая часть курса сопровождается проведением очных семинаров с целью освоения и закрепления теоретической части курса. Лекции и семинары дополнены проведением контрольных мероприятий и необходимым количеством самостоятельных домашних работ, имеющих ярко выраженный прикладной характер. Необходимые для глубокого изучения курсов материалы в электронной форме размещены в свободном доступе на сайте СарФТИ НИЯУ МИФИ.

В учебном процессе применяются активные и интерактивные формы обучения. Они включают в себя методы, стимулирующие познавательную деятельность обучающихся и вовлекающие каждого участника в мыслительную и поведенческую активность.

В следующей таблице представлено распределение занятий в активной и интерактивной формах:

Раздел дисциплины (тема)	Интерактивная форма	Кол-во часов	Методы и средства контроля
1	2	3	4
1.2. Различные определения вероятности случайного события.	Дискуссия по теме «Парадокс Шевалье де Мере»	2	Начисление дополнительных баллов самым активным студентам
1.3. Основные теоремы теории вероятностей.	Изучение темы и решение задач в малых группах. Обсуждение самых интересных задач в аудитории.	2	Начисление баллов самым активным студентам в конце семинара
2.1. Дискретные случайные величины	Проведение устного опроса в виде взаимопроверки студентов	2	Контрольные вопросы преподавателя студенческой аудитории; начисление баллов за активную работу на семинаре.
2.2. Непрерывные случайные	Лекция с запрограммированными ошибками	2	Начисление доп. баллов самым активным

величины			студентам.
3.1. Основы выборочного метода	Семинар, построенный в виде ответов на заранее подготовленные студентами вопросы. При этом целесообразно разделить слушателей на группы.	2	По окончании семинара необходимо провести взаимооценку групп и начислить баллы активным студентам.
3.2. Точечное оценивание параметров распределений	Интерактивная лекция (студент в роли преподавателя). Предлагается инициативному студенту изучить (проработать) материал с последующим изложением в аудитории. Рекомендуется сделать презентацию по теме доклада.	2	Коллективное обсуждение в аудитории студенческого выступления; начисление баллов за лекцию.
3.3. Интервальное оценивание параметров распределения	Интерактивная лекция (студент в роли преподавателя). Предлагается инициативному студенту изучить (проработать) материал с последующим изложением в аудитории. Рекомендуется сделать презентацию по теме доклада.	2	Коллективное обсуждение в аудитории студенческого выступления; начисление баллов за лекцию.
Итого:		14	

9. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ СТУДЕНТАМ ПО ОРГАНИЗАЦИИ ИЗУЧЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Данные методические рекомендации направлены на реализацию самостоятельной работы студентов по учебной дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика». Самостоятельная работа студента является одним из основных методов приобретения и углубления знаний, познания общественной практики. Главной задачей самостоятельной работы является развитие общих и профессиональных компетенций, умений приобретать научные знания путем личных поисков, формирование активного интереса и вкуса к творческому самостоятельному подходу в учебной и практической работе.

Общая трудоемкость учебной нагрузки по дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика» составляет 108 часов, из них объем самостоятельной работы по дисциплине – 60 часов и включает в себя:

- самостоятельное ознакомление с дополнительными материалами дисциплины, в том числе рекомендуемыми педагогом, направленное на более глубокое изучение тематических разделов, приобретение новых знаний и умений;
- конспектирование первоисточников (учебной литературы);
- работа в электронной библиотечной системе;
- изучение конспекта лекций при подготовке к практическим занятиям;
- самостоятельное выполнение во внеаудиторное время различного рода заданий, выданных преподавателем, при методическом руководстве последнего, но без его непосредственного участия;
- подготовку к промежуточной аттестации в форме итоговой оценки.

При осуществлении указанных видов самостоятельной работы студенты получают необходимые консультации педагога, в том числе с использованием Интернет-технологий.

Самостоятельная работа студентов, прежде всего, заключается в изучении литературы, дополняющей материал, излагаемый в лекционной части курса. Необходимо овладеть навыками библиографического поиска, в том числе в сетевых Интернет-ресурсах, научиться сопоставлять различные точки зрения и определять методы исследований. Предполагается, что, прослушав лекцию, студент должен ознакомиться с рекомендованной литературой из основного списка, затем обратиться к источникам, указанным в библиографических списках изученных книг, осуществит поиск и критическую оценку материала на сайтах Интернет, соберет необходимую информацию.

Существует несколько методов работы с литературой. Один из них – метод повторения: смысл прочитанного текста можно заучить наизусть. Простое повторение воздействует на память механически и поверхностно. Полученные таким путем сведения легко забываются. Наиболее эффективный метод – метод осознанного запоминания: прочитанный текст нужно подвергнуть большей, чем простое заучивание, обработке. Чтобы основательно обработать информацию, важно произвести целый ряд мыслительных операций: прокомментировать новые данные; оценить их значение; поставить вопросы; сопоставить полученные сведения с ранее известными. Для улучшения обработки информации очень важно устанавливать осмысленные связи, структурировать новые сведения. Изучение научной, учебной и иной литературы требует ведения рабочих записей. Форма записей может быть весьма разнообразной: простой или развернутый план, тезисы, цитаты, конспект.

№	Формы и методы СРС	Содержание СРС	Кол-во часов	Формы контроля
1	Выполнение домашних заданий	См. следующую таблицу и ФОС	40	Выборочная проверка домашних работ
2	Изучение конспекта лекций и работа с литературой при подготовке к практическим занятиям	См. следующую таблицу и ФОС	4	Фронтальный опрос
2	Создание презентации по мат. статистике для проведения интерактивной лекции	1) Точечные оценки 2) Интервальные оценки	10	Обсуждение в аудитории интерактивной лекции, подготовленной студентом
3	Подготовка к зачёту	Студентам выдается тренировочная зачётная работа и вопросы к зачёту	6	Зачёт
ИТОГО:			60	

№	Тема ДЗ	Содержание ДЗ
1	Основные понятия теории вероятностей. Алгебра событий. Формулы комбинаторики. Вычисление вероятности в рамках классической схемы событий	[3]: №№16, 20-25.
2	Геометрическая вероятность	[3]: №№ 35 -38, 40, 42, 43
3	Теоремы сложения и умножения вероятностей.	[3]: №№ 55-60, 62.
4	Формула полной вероятности. Формула Байеса.	[3]: №№ 73-78, 81, 82
5	Повторные независимые испытания. Формула Бернулли. Приближённые формулы в схеме Бернулли.	[3]: №№ 92 – 94, 100, 111, 113, 116, 117
6	Дискретные случайные величины и их числовые характеристики.	[3]: №№ 128 – 130, 133
7	Дискретные случайные величины и их законы	[3]: №№ 163-165

	распределения.	
8	Непрерывные случайные величины и их числовые характеристики.	[3]: №№ 146 , 147, 149, 152, 153
9	Основные законы распределения непрерывных случайных величин.	[3]: №№ 160, 166-171
10	Функции от случайных величин. Двумерные векторы.	[3]: №№ 179-181 [2]: № 380
11	Закон больших чисел и ЦПТ	Домашняя КР№2 (см. ФОС)
12	Основные понятия математической статистики.	Тест (см.ФОС)
13	Точечное оценивание параметров распределений.	[2]: №№ 451, 458, 459, 476, 485, 493
14	Интервальные оценки и доверительные интервалы.	РГР №1 (см. ФОС)
15	Проверка гипотезы о законе распределения генеральной совокупности по критерию Пирсона	РГР №2 (см. ФОС)

Организация учебной деятельности студента по видам учебных занятий представлена в таблице:

Основные виды учебных занятий	Организация деятельности студента
Лекция	Написание конспекта лекций: кратко, схематично, последовательно фиксировать основные положения, выводы, формулировки, обобщения; отмечать важные мысли, выделять ключевые слова, термины. Обозначить вопросы, теоремы, понятия и термины, которые вызывают трудности в понимании. Попытаться разобраться с этими трудностями с помощью рекомендуемой литературы. Если самостоятельно не удаётся разобраться в материале, то необходимо обратиться с вопросом к преподавателю на практическом занятии или на текущей консультации.
Практическое занятие	Для успешной подготовки к практическому занятию студенту требуется предварительная проработка конспекта лекций и учебной литературы. Структура практического занятия включает в себя: вступительное слово преподавателя (тема, цель занятия), вопросы студентов, которые требуют дополнительных разъяснений, практическая часть(решение задач, обсуждение актуальных вопросов по теме занятия и т.п.); заключительное слово преподавателя (подведение итогов, выдача домашнего задания); рефлексия и самоанализ процесса и результата своей деятельности.
Контрольная работа	Контрольная работа выполняется студентом самостоятельно. Контрольная работа – одна из форм рубежного контроля в учебном процессе. Для успешного выполнения контрольной работы студент должен самостоятельно осуществить проработку соответствующих тем дисциплины. Выполнение контрольной работы осуществляется поэтапно: ознакомление с заданиями; письменное оформление работы; проверка вычислений. После получения проверенной контрольной работы, имеющей замечания, студент должен проанализировать свои ошибки, при необходимости обратившись за консультацией к преподавателю.

Тестирование	Для успешного выполнения теста студент должен самостоятельно осуществить проработку соответствующих тем дисциплины по конспектам лекций, основной и дополнительной литературе. Каждый студент отвечает на вопросы теста самостоятельно. После получения результатов тестирования, имеющего неправильные ответы, студент должен проанализировать свои ошибки, при необходимости обратившись за консультацией к преподавателю.
Интерактивная лекция (студент в роли преподавателя)	Студенту или студентам, принимающим участие в интерактивной лекции, заранее озвучивается тема лекции, указываются проблемы и вопросы, на которые необходимо обратить особое внимание, даются ссылки на соответствующую литературу. Студенты готовят теоретический материал, примеры практического применения выкладок, отображают подготовленный материал в виде презентации. Студенты-докладчики представляют доклад-презентацию на занятии, отвечают на вопросы студентов-слушателей и преподавателя. Аудитория высказывает своё мнение по поводу услышанного доклада. Преподаватель комментирует выступление, участвует в обсуждении данного материала, производит оценку работы докладчиков.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ВО НИЯУ МИФИ к обязательному минимуму содержания основной образовательной программы по направлению подготовки 15.03.03 Прикладная механика.

Программу составил: к.пед.н., доцент кафедры ВМ

Прокофьева Н.В.

Рецензент: старший преподаватель кафедры ВМ

Лебедева А.В.